

## 3.2 指数幂的运算性质

### ◆ 教学目标

- 1.理解并掌握实数指数幂的运算性质，应用性质完成简单的运算.
- 2.通过做题，提升解题的整体思路清晰、步骤严谨的逻辑推理素养.

### ◆ 教学重难点

**重点：**理解和应用指数运算的性质.

**难点：**合理地选用性质准确计算.

### ◆ 教学过程

#### 一、新课导入

1.我们知道整数指数幂有运算性质：

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \uparrow a}, a^0 = 1 (a \neq 0), 0^0 \text{无意义};$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn}, \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, (ab)^n = a^n b^n, a^{-n} = \frac{1}{a^n} (a \neq 0),$$

其中， $a, b$ 是正数， $m, n$ 是正整数.

#### 二、新知探究

对于上述性质，可以将 $m, n$ 推广到实数.

也就是说，对于任意正数 $a, b$ 和实数 $\alpha, \beta$ ，实数指数幂均满足下面的运算性质：

$$(1) a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta} \quad (2) (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta} \quad (3) (ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$$

**说明：**实数指数幂的运算性质只要求学生会使用，不要求证明.

#### 三、应用举例

**例1** 计算：(1)  $(-2^{-3})^{\frac{1}{3}} \times (\sqrt{2})^{-2}$ ；(2)  $8^{-\frac{2}{3}} \times (\sqrt{4})^3$ ；(3)  $(\frac{1}{9})^{\frac{1}{2}} + 4^{-\frac{1}{2}} - 1^{-\frac{1}{2}}$ .

**例2** (1)  $(\sqrt{\frac{1}{2^2}})^2$ ；(2)  $\left[(\sqrt{2})^{-\frac{1}{2}}\right]^{-2}$ ；(3)  $(2^{\sqrt{2}})^{-\sqrt{2}}$ .

**例 3** 化简(式中的字母均为正数):

$$(1) a \cdot a^{-2} \cdot a^{\frac{1}{2}}; (2) \left(a^{\frac{1}{6}}\right)^{-1} \cdot (a^{-2})^{-\frac{1}{3}}; (3) (x^{\alpha-1}y)^{\alpha} \cdot (4 \cdot y^{-\alpha}).$$

**例 4** 已知 $10^{\alpha} = 3$ ,  $10^{\beta} = 4$ , 求 $10^{\alpha+\beta}$ ,  $10^{\alpha-\beta}$ ,  $10^{-2\alpha}$ ,  $10^{\frac{\beta}{3}}$ 的值

#### 四、课堂练习

1.化简(式中的字母均为正实数): (1)  $3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} \times 3^{-3}$ ; (2)  $(xy^{-1})^{\frac{1}{2}} \cdot (2x^{\frac{1}{2}}) \cdot (3y^{\frac{1}{2}})$ .

2. 化简计算 (1)  $\left(2\frac{3}{5}\right)^0 + 2^{-2} \times \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} - 0.01^{0.5}$ ;

$$(2) \left(2\frac{7}{9}\right)^{0.5} + 0.1^{-2} + \left(2\frac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} - 3\pi^0 + \frac{37}{48}.$$

#### 五、课堂小结

1.对于任意正数 $a$ ,  $b$ 和实数 $\alpha$ ,  $\beta$ , 实数指数幂均满足下面的运算性质:

$$(1) a^{\alpha} \cdot a^{\beta} = a^{\alpha+\beta}$$

$$(2) (a^{\alpha})^{\beta} = a^{\alpha\beta}$$

$$(3) (ab)^{\alpha} = a^{\alpha}b^{\alpha}$$

2.在运算中学要先观察运算对象、分析运算结构再进行计算.